

高考数学选择题的解法

主讲：天星教育网·邓琳玮

选择题一般出现在试卷的最前面，俗话说好的开始是成功的一半，选择题做的好坏往往决定了整张试卷的发挥。高考中的数学选择题一般是容易题或中档题，个别题属于较难题，根据选择题有且仅有一个选择支正确的结构特征，当中的大多数题的解答可用特殊的方法快速选择，充分利用题干和选择支两方面所提供的信息作出判断，是解选择题的基本策略。

1. 直接法

从题干中的已知条件出发，利用有关定义、定理、公式和法则，经过正确的推理或计算，得出题目所要求的结果，再对照选项，做出正确选择，这种方法叫做直接法。一般来说，记忆性（如初步统计的概念）和运算性（如排列组合）的内容都是用直接法。98年以后高考由知识立意转为能力立意，记忆性的考查基本消失，但运算能力一直是很重要的。

例 1、如果 $\log_7[\log_3(\log_2 x)] = 0$ ，那么 $x^{\frac{1}{2}}$ 等于（ ）

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{9}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

解：由题干可得： $\log_3(\log_2 x) = 1 \Rightarrow \log_2 x = 3 \Rightarrow x = 2^3$.

$$\therefore x^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}. \text{ 故选 (D).}$$

例 2、如果函数 $y = \sin 2x + a \cos 2x$ 的图象关于 $x = -\frac{\pi}{8}$ 对称，则 $a =$ （ ）.

- (A). $\sqrt{2}$ (B). $-\sqrt{2}$ (C). 1 (D). -1

解：因为点 $(0, 0)$ 与点 $(-\frac{\pi}{4}, 0)$ 关于直线 $x = -\frac{\pi}{8}$ 对称，所以 a 必满足：

$$\sin 0 + a \cos 0 = \sin(-\frac{\pi}{2}) + a \cos(-\frac{\pi}{2}), \text{ 解出 } a = -1.$$

2. 筛选法

利用有关的定义、性质或定理，先把明显的错误或选项排除，如果把错误的选项全部排除，那么不必验证即可肯定剩下的唯一选项是正确的，即使不能轻易地排除全部选项，也可有助于缩小选择面，从而迅速寻求答案，这种方法叫做筛选法，也叫淘汰法，排除法。

例、关于函数 $f(x) = \sin^2 x - \left(\frac{2}{3}\right)^{|x|} + \frac{1}{2}$ ，下面四个结论中正确的是：

(A). $f(x)$ 是奇函数；

(B). 当 $x > 2005$ 时， $f(x) > \frac{1}{2}$ 恒成立；

(C). $f(x)$ 的最大值是 $\frac{3}{2}$ ；

(D). $f(x)$ 的最小值是 $-\frac{1}{2}$ 。

解：由 $f(x)$ 是偶函数，可知 A 错；

又当 $x = 1000\pi$ 时， $f(x) = \frac{1}{2} - \left(\frac{2}{3}\right)^{1000\rho} < \frac{1}{2}$ ，所以 B 错；

当 $x = \frac{\pi}{2}$ ， $f(x) = \frac{3}{2} - \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{\pi}{2}} < \frac{3}{2}$ ，通过图像的叠加，知 C 错；

从而对照选项应选 A.

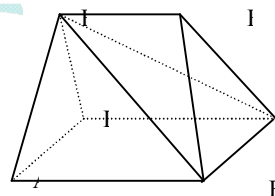
例 2、如图，在多面体 ABCDEF 中，已知面 ABCD 是边长为 3 的正方形，EF//AB，EF 与面 AC 的距离为 2，则该多面体的体积为 ()

(A). $\frac{9}{2}$

(B). 5

(C). 6

(D). $\frac{15}{2}$



解：本题的图形是非常规的多面体，需要对其进行必要的分割。

连 EB、EC，得四棱锥 E-ABCD 和三棱锥 E-BCF，这当中，四棱锥 E-ABCD 的体积易求得

$$V_{E-ABCD} = \frac{1}{3} \times 3 \times 3 \times 2 = 6, \text{ 又因为一个几何体的体积应大于它的部分体积，所以不必计算三棱锥}$$

E-BCF 的体积，就可排除 A, B, C, 故应选 D.

3. 特殊值法

用某些特殊值（取得越简单越好）去代替题干中的普通条件，得出相应的特殊结果，用它来否定某些干扰选项，逐步缩小选择范围，最后获得正确的判断，这种方法叫做特殊值法。特殊值法说蕴涵的是一般到特殊的思想方法，其实也是筛选法的一种策略，因为它的运用更加快捷有效，所以单独列出。

例 1、过抛物线 $y = ax^2$ ($a > 0$) 的焦点 F 作一直线交抛物线于 P、Q 两点，若线段 PF 与 FQ 的长分别为

p、q，则 $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ 等于..... ()

- (A). $2a$ (B). $\frac{1}{2a}$ (C). $4a$ (D). $\frac{4}{a}$

解：取 $a=1/4$ ，则原抛物线方程为 $x^2=4y$ ，焦点 $F(0, 1)$ ，取过 F 点且与 x 轴平行的直线 $y=1$ ，易知 $p=q=2$ ，所以 $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ ，当 $a=1/4$ 时，选择项中只有 (C) 为 1，所以选 (C)。

例 2、当 $(a+1)(b+1)=2$ 时， $\arctga + \arctgb$ 的弧度等于 ()

- (A) $\frac{\pi}{2}$ 或 $-\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ 或 $-\frac{2}{3}\pi$ (C) $\frac{\pi}{4}$ 或 $-\frac{3}{4}\pi$ (D) $\frac{\pi}{5}$ 或 $-\frac{4}{5}\pi$

分析：因为四个选择支中有且只有一个是正确的，且四支中八个常数均不相同，故把满足

$(a+1)(b+1)=2$ 的任一组 a, b 的值代入 $\arctga + \arctgb$ 必等于这八个数中的某一个，该数所在的

支就是正确支。

解：取满足 $(a+1)(b+1)=2$ 的 $a=0, b=1$ 代入，有 $\arctg 0 + \arctg 1 = \frac{\pi}{4}$ ，故选 (C)。

4. 图像法

通过对函数的图像或方域的曲线进行分析，利用几何的直观性，直接获得答案，这种方法叫做图像法。我个人觉得高中就学两样东西，函数的概念知识和数形结合的思想方法，在解答题中用数形结合法往往因为说不清楚而失分甚至基本上不得分，建议大家不要使用。但是在选择题中首先要想一想数形结合能不能用（特别是碰到和圆锥曲线有关的题）。

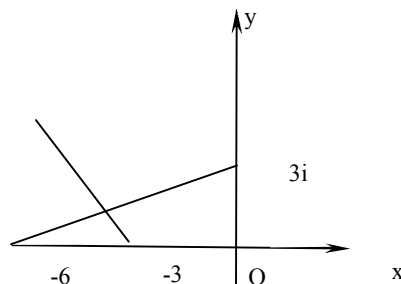
例 1、复数 z 满足 $\arg(z+3) = \frac{3\pi}{4}$ ，则 $|z+6| + |z-3i|$ 的最小值为..... ()

- (A). $3\sqrt{2}$ (B). $3\sqrt{5}$ (C). $3+3\sqrt{2}$ (D). $1+3\sqrt{5}$

解析：满足 $\arg(z+3) = \frac{3\pi}{4}$ 的轨迹为：以 -3 为端点，

倾角为 $\frac{3\pi}{4}$ 的射线。故求 $|z+6| + |z-3i|$ 的最小值，

即求这条射线上的点到 -6 和 $3i$ 两点距离之和的最小值，画出图可知，由于 -6 和 $3i$ 两点的连线与射线有交点，所以 -6 和 $3i$ 两点间的距离 ($3\sqrt{5}$)



版权归天星教育网所有，未经许可不得以任何方式转载，如需转载，请致电 0371-68615979

天星教育网，版权所有，侵权必究

即为所求，故选 (B)

例 2、直线 $y=x+b$ 与曲线 $y=1+\sqrt{4-x^2}$ 相交于两点，则 b 的取值范围是 ()

(A). $(1-\sqrt{2}, 1+2\sqrt{2})$ (B). $[1-2\sqrt{2}, 1+2\sqrt{2})$

(C). $[3, 1+2\sqrt{2})$ (D). $[1, 1+2\sqrt{2}]$

由图知，直线 AC 与半圆 O' 交于两点，直线 ED 与半圆 O' 相切

∴截距 b 的取值在点 C (包括 C 点) 与点 D 之间) 选 C

5. 构造法

通过构造一些特殊的几何图形或者根据定义构造函数、方程等，这样可以大大简化我们的解题过程。

例 1、由 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{3a_n + 1}$ 给出的数列 $\{a_n\}$ 的第 34 项是 ().

(A). $\frac{34}{103}$ (B). 100 (C). $\frac{1}{104}$ (D). $\frac{1}{4}$

解： 对已知递推式两边取倒数，得

$$\frac{1}{a_{n+1}} = \frac{3a_n + 1}{a_n},$$

即
$$\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = 3.$$

这说明数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 是以 $\frac{1}{a_1} = 1$ 为首项, 3 为公差的等差数列, 从而有

$$\frac{1}{a_{34}} = \frac{1}{a_1} + 33d = 100,$$

即 $a_{34} = \frac{1}{100}$ ，故应选 B.

如果问的是 a_4 ，那我们可以用直接法，免去构造等差等比数列。

例 2、已知 a, b, c 是直线， β 是平面，给出下列命题：

- ①若 $a \perp b, b \perp c$ ，则 $a \parallel c$ ； ②若 $a \parallel b, b \perp c$ ，则 $a \perp c$ ；
③若 $a \parallel \beta, b \subset \beta$ ，则 $a \parallel b$ ； ④若 a 与 b 异面，且 $a \parallel \beta$ ，则 b 与 β 相交；
⑤若 a 与 b 异面，则至多有一条直线与 a, b 都垂直。

其中真命题的个数是

- (A). 1 (B). 2 (C). 3 (D). 4

我们可以根据条件构造具体的图形：若命题错误，只需能构造出反例；若正确，选择题也不必做出严密的论证。①假 ②真 ③假 ④假 ⑤假，本题选 A。

6. 代入法

直接应用代入的方法进行检验，从而获得正确的答案，这种方法叫做代入法，也叫检验法。正难则反，逆向思维往往会起到妙不可言的效果，题目设计成“一一映射”型（如解方程）或题目条件本来就在选择支中时一般都代入法。

例 1、设集合 A 和 B 都是自然数集 N ，映射 $f: A \rightarrow B$ 把集合 A 中的元素 n 映射到集合 B 中的元素 $2^n + n$ ，则在映射 f 下，象 20 的原象是..... ()

- (A). 2 (B). 3 (C). 4 (D). 5

例 2、用一个平面去截正方体，所得截面不可能是..... ()

- (A). 正六边形 (B). 正五边形 (C). 正方形 (D). 正三角形

当然，除了上述方法以外，一定还会有许多其他的方法，比如逻辑分析法：

- (1) 若 $(A) \Rightarrow (B)$ 真，则 (A) 必排出，否则与“有且仅有一个正确结论”相矛盾。
(2) 若 $(A) \Leftrightarrow (B)$ ，则 $(A) (B)$ 均假。 ()
(3) 若 $(A) (B)$ 成矛盾关系，则必有一真，可否定 $(C) (D)$ 。

夸张一点的话有时候用逻辑分析法题目都可以不用看，因时间篇幅有限不再一一列举。

很显然，以上所归纳的方法是某一题中用到的主要方法。在很多情况下，解一道选择题常常需要综合运用多种方法，其中常用的方法组合利用题干和选择支所提供的信息，通过分析、推理、判断，逐一排除有明显错误的选择支，逐渐减少候选的选择支个数，或直接求得正确支（排除 3 个错误支），或再用其它方法选出正确选择支。

练习：(2005 年高考湖北数学卷)

1. 设 P, Q 为两个非空数集，定义集合 $P+Q=\{a+b|a \in P, b \in Q\}$ 。若 $P=\{0, 2, 5\}$ ，
 $Q=\{1, 2, 6\}$ ，则 $P+Q$ 中元素的个数是
A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

2. 对任意实数 a, b, c ，给出下列命题：

- ① “ $a=b$ ” 是 “ $ac=bc$ ” 的充要条件；
- ② “ $a+5$ 是无理数” 是 “ a 是无理数” 的充要条件；
- ③ “ $a>b$ ” 是 “ $a^2>b^2$ ” 的充分条件；
- ④ “ $a<5$ ” 是 “ $a<3$ ” 的必要条件。

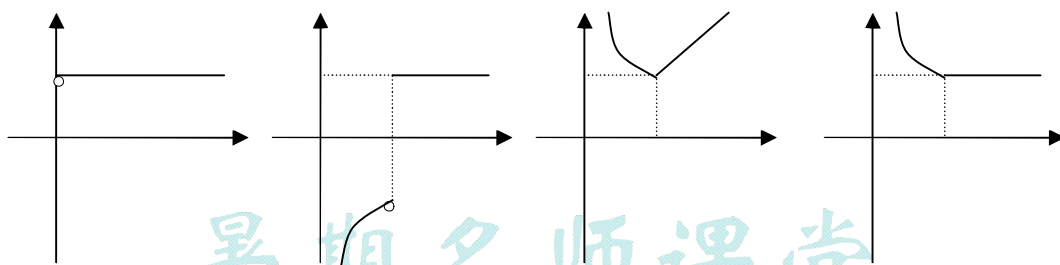
其中真命题的个数是

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. $\frac{(1-i)(1+2i)}{1+i} =$

- A. $-2-i$ B. $-2+i$ C. $2-i$ D. $2+i$

4. 函数 $y = e^{|\ln x|} - |x-1|$ 的图象大致是



- A. B. C. D.

5. 双曲线 $\frac{x^2}{m} - \frac{y^2}{n} = 1 (mn \neq 0)$ 的离心率为 2，有一个焦点与抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点重合，

则 mn 的值为

- A. $\frac{3}{16}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{16}{3}$ D. $\frac{8}{3}$

6. 在 $y = 2^x$, $y = \log_2 x$, $y = x^2$, $y = \cos 2x$ 这四个函数中，当 $0 < x_1 < x_2 < 1$ 时，使

$$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) > \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$$

恒成立的函数的个数是

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

7. 若 $\sin \alpha + \cos \alpha = \tan \alpha (0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$ ，则 $\alpha \in$

- A. $(0, \frac{\pi}{6})$ B. $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4})$ C. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3})$ D. $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$

8. 若 $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{a}{1-x} - \frac{b}{1-x^2} \right) = 1$, 则常数 a, b 的值为

- A. $a = -2, b = 4$ B. $a = 2, b = -4$ C. $a = -2, b = -4$ D. $a = 2, b = 4$

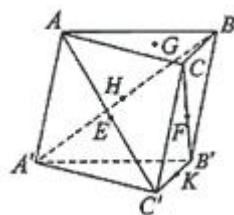
9. 若 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, 则 $2x$ 与 $3\sin x$ 的大小关系

- A. $2x > 3\sin x$ B. $2x < 3\sin x$ C. $2x = 3\sin x$ D. 与 x 的取值有关

10. 如图, 在三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 中, 点 E, F, H, K 分

别为 $AC', CB', A'B, B'C'$ 的中点, G 为 $\triangle ABC$ 的重心. 从 K, H, G, B' 中取一点作为 P , 使得该棱柱恰有 2 条棱与平面 PEF 平行, 则 P 为

- A. K B. H
C. G D. B'



11. 某初级中学有学生 270 人, 其中一年级 108 人, 二、三年级各 81 人, 现要利用抽样方法抽取 10 人参加某项调查, 考虑选用简单随机抽样、分层抽样和系统抽样三种方案, 使用简单随机抽样和分层抽样时, 将学生按一、二、三年级依次统一编号为 1, 2, ..., 270; 使用系统抽样时, 将学生统一随机编号为 1, 2, ..., 270, 并将整个编号依次分为 10 段, 如果抽得号码有下列四种情况:

- ① 7, 34, 61, 88, 115, 142, 169, 223, 250;
② 5, 9, 100, 107, 111, 121, 180, 195, 200, 265;
③ 11, 38, 65, 92, 119, 146, 173, 200, 227, 254;
④ 30, 57, 84, 111, 138, 165, 192, 219, 246, 270.

关于上述样本的下列结论中, 正确的是

- A. ②、③都不能为系统抽样 B. ②、④都不能为分层抽样
C. ①、④都可能为系统抽样 D. ①、③都可能为分层抽样

12. 以平行六面体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的任意三个顶点为顶点作三角形, 从中随机取出两个三角形, 则这两个三角形不共面的概率 p 为

- A. $\frac{367}{385}$ B. $\frac{376}{385}$ C. $\frac{192}{385}$ D. $\frac{18}{385}$

13. 已知向量 $a = (-2, 2)$, $b = (5, k)$. 若 $|a+b|$ 不超过 5, 则 k 的取值范围是

- A. $[-4, 6]$ B. $[-6, 4]$ C. $[-6, 2]$ D. $[-2, 6]$

14. 木星的体积约是地球的 $240\sqrt{30}$ 倍, 则它的表面积约是地球的

- A. 60 倍 B. $60\sqrt{3}$ 倍 C. 120 倍 D. $120\sqrt{3}$ 倍

15. 在函数 $y = x^3 - 8x$ 的图象上, 其切线的倾斜角小于 $\frac{\pi}{4}$ 的点中, 坐标为整数的点的个数是

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0